Aufgabe 1: Wachstumsprozess (24 Punkte: 3-3-3-4-3-3-2-3)

Kohlenstoffdioxid (CO_2) ist ein natürlicher Bestandteil der Luft. Seine Konzentration wird in ppm (parts per million) angegeben. CO_2 ist als Treibhausgas bekannt. Seit Beginn der industriellen Revolution im 18. Jahrhundert, ist die CO_2 – Konzentration in der Luft stark gestiegen. Lag sie im Jahre 1800 noch bei 200ppm, so war der Wert im Jahre 2000 schon bei 375 ppm.

a. Stelle ein exponentielles Wachstumsgesetz der Form $K_1(t) = K_0 \cdot a^t$ auf.
(Angabe der Konstante a auf mindestens 5 Nachkommastellen).
Dabei soll K in ppm, und t in Jahren gemessen werden.

b. Wie hoch ist bei dem exponentiellen Wachstumsgesetz die Verdopplungszeit?

c. Stelle weiters ein lineares Wachstumsgesetz der Form $K_2(t) = b \cdot t + K_0$ auf.
Auch hier wird K in ppm und t in Jahren gemessen.

d. Welche Bedeutung hat die Größe a aus dem exponentiellen Modell, welche Bedeutung steckt in der Größe b aus dem linearen Modell? Gib eine verbale Antwort!

e. Im Jahr 2010 lag die gemessene CO_2 – Konzentration bei 390 ppm. Wird dieser Wert durch das exponentielle Modell bzw. durch das lineare Modell gestützt?
Begründe deine Antwort durch eine Rechnung!

f. Skizziere die Graphen beider Funktionen in das gleiche Koordinatensystem! Achte auf eine angemessene Beschriftung. In der Angabe angegebene Werte sind einzuzeichnen!

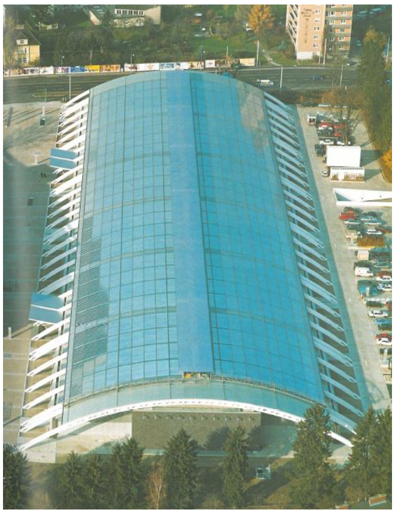
g. Warum wird ein exponentielles Wachstumsmodell früher oder später seine Gültigkeit verlieren? Begründe verbal!

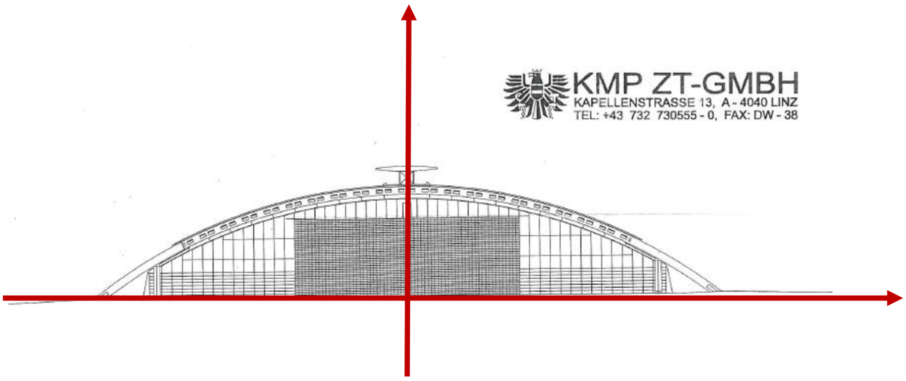
h. CO_2 gilt als einer der Hauptverursacher des anthropogenen (also durch den Menschen verursachten) zusätzlichen Treibhauseffekts. Die mittlere Temperatur auf der Erde ist von 1900 bis 2000 von 13,7°C auf 14,5°C gestiegen. Vergleiche die prozentuelle Änderung der Temperaturen mit der prozentuellen Änderung des CO_2 Gehaltes(nach dem exponentiellen Modell) in diesem Zeitraum. Welche Größe ist prozentuell stärker gestiegen?
Begründe durch eine Rechnung!

….ihn trifft der Klimawandel besonders stark…

Aufgabe 2: Differential- und Integralrechnung (16 Punkte: 3-4-3-3-3)

Das Linzer Designcenter ist eines der modernen Wahrzeichen der Stadt Linz. Erbaut wurde es von Juli 1991 bis Ende Oktober 1993. Im Januar 1994 wurde es als Veranstaltungs- und Messezentrum in Betrieb genommen.



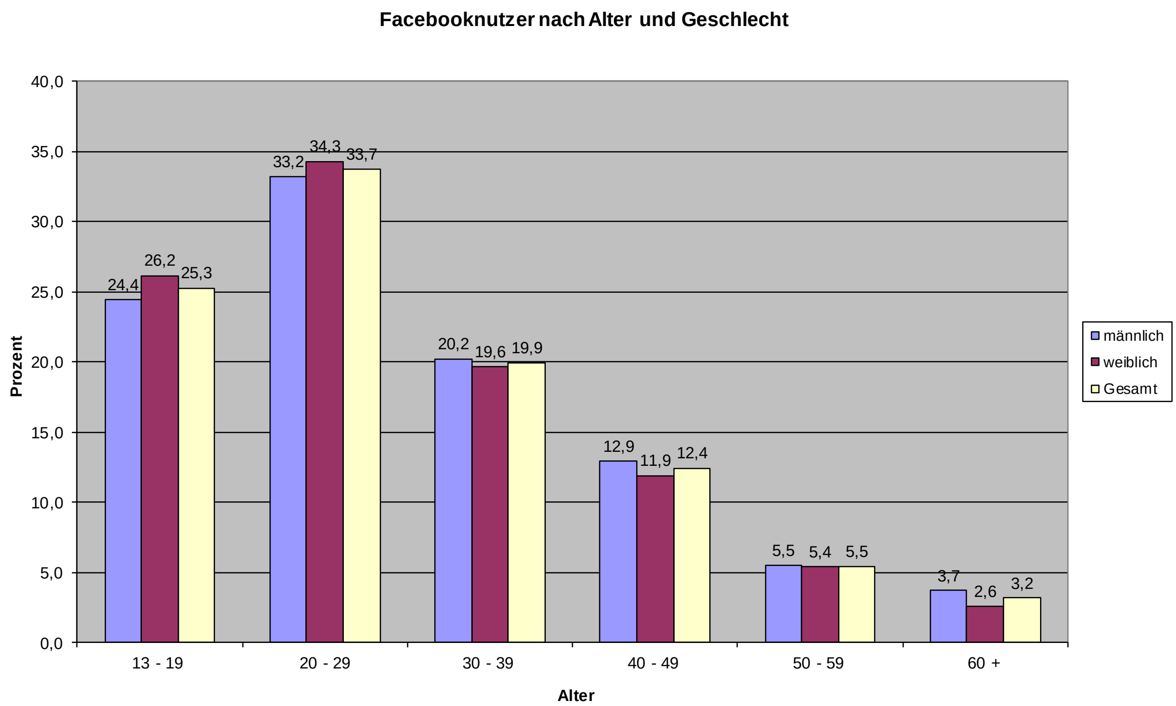


Die Träger der Konstruktion lassen sich in guter Näherung durch Parabelbögen beschreiben. Die Spannweite der Bögen beträgt in etwa 72m, die maximale Höhe der Bögen liegt bei ca. 13m.
Die Grundfläche des Designcenters ist ein Rechteck mit 200m Länge.

a. Gib die Gleichung einer quadratischen Funktion an, welche den Parabelbogen eines Trägers beschreibt! (Gib die auftretenden Koeffizienten auf 2 Dezimalen genau an!)
b. Berechne das umbaute Volumen des Designcenters!
c. Unter welchem Winkel steigt der Parabelbogen eines Trägers an seinen Enden an? Berechne diesen Winkel!
d. Betrachte allgemein eine quadratische Funktion mit der Gleichung $y = a \cdot x^2 + c$.
   Zeige mit Hilfe der Differentialrechnung, dass diese quadratische Funktion auf jeden Fall einen Extremwert besitzt, indem du diesen allgemein berechnest!
   (Weise auch nach, dass es sich tatsächlich um ein Extremum handelt!)
e. Gib die Gleichung einer quadratischen Funktion mit 2 Nullstellen an, deren Parabel nach oben geöffnet ist! Skizziere den Graphen der von dir gewählten Funktion!

Aufgabe 3: Wahrscheinlichkeitsrechnung (23 Punkte: 7-3-4-9)

Dass die sozialen Netzwerke - als virtuelle Tratsch- und Freundschaftszirkel weiterhin enormen Zulauf haben, wird inzwischen nicht mehr bezweifelt. Wer heute nicht auf Facebook ist, der muss sich schon fast dafür entschuldigen.
Wichtiger als die Textbeiträge ist sowieso längst die Verteilungsfunktion der Plattformen: Musik, Zeitungsartikel, Fotos und Veranstaltungshinweise können per Knopfdruck an die durchschnittlich 120 "Freunde" weitergeleitet werden.
Der von Facebook eingeführte Brauch, mehr oder minder wildfremde Zeitgenossen als "Freunde" zu bezeichnen, steht nach wie vor hart unter Kritik.
(Kleine Zeitung: 26.02.2012)



a.) Betrachte obige Graphik!

i) Gib an, in welchen Altersgruppen die weiblichen Nutzer über dem Gesamtdurchschnitt der jeweiligen Bevölkerungsgruppe liegen!

ii) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass in der 8B (20 SchülerInnen)

- genau die Hälfte der Klasse Facebooknutzer ist!
- mehr als 3, aber höchstens 7 SchülerInnen in diesem Forum surfen!
- mindestens ein(e) SchülerIn in diesem Netzwerk aktiv ist!

b.) Wie viele über 60-Jährige Personen müsste man befragen um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% zumindest eine(n) FacebooksurferIn zu finden?

c.) Durch großangelegte Studien weiß man, dass in einem westlichen Industrieland 5% der Jugendlichen internetsüchtig sind. Die Psychologische Fakultät der Universität Háskóli Íslands (in Island) hat einen neuen Test zur Früherkennung von Internetsucht entwickelt. Dieser Test erkennt 90% der Süchtigen als solche und 80% der gesunden Jugendliche werden auch als solche erkannt.

i) Stelle den Sachverhalt mittels eines Baumdiagramms dar!

ii) Das Testergebnis eines Probanden war positiv. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er wirklich Internetsüchtig ist!

d.) Laut einer US Studie ist die Verweildauer in Facebook annähernd normalverteilt mit Mittelwert 7,1 Stunden pro Woche und einer Standardabweichung von 3,25 Stunden pro Woche.

i) Zu den „heavy Usern“ zählt man, wenn man 2 Stunden oder mehr täglich auf dieser Webseite verbringt. Für wie viel Prozent der Benutzer trifft dies zu?
Skizziere den Sachverhalt!

ii) Gibt ein symmetrisches Intervall rund um den Mittelwert an, indem sich 95% der User pro Woche auf dieser Plattform befinden!
Skizziere den Sachverhalt!

iii) Immer mehr Leute benutzen Facebook zu unterschiedlichsten Zwecken. Auch die Verweildauer dort ändert nimmt laufend zu. Wie groß wäre der Mittelwert bei gleich bleibender Standardabweichung, wenn nur noch 30% der Nutzer unter 7 Stunden wöchentlich in diesem sozialen Netzwerk aktiv sind?
Skizziere den Sachverhalt!

Aufgabe 4: Trigonometrie (18 Punkte: 11-7)

Der Hohe Dachstein (Meereshöhe 2993 m) ist der höchste Gipfel des Dachsteingebirges und somit der höchste Punkt Oberösterreichs. Der Hohe Dachstein liegt um 1163 m höher als die Seilbahnstation Oberfeld. Vom Gipfelkreuz erblickt man diese unter dem Tiefenwinkel $\alpha = 49{,}4°$ und die senkrecht darüber liegende Simonyhütte unter dem Tiefenwinkel $\beta = 38{,}4°$.

a.) (i) Berechne die Höhe der senkrechten Steilwand zwischen Oberfeld und der Simonyhütte!

(ii) Berechne die horizontale Entfernung zwischen dem Fußpunkt des Dachsteins und der Seilbahnstation Oberfeld!

(ii) Auf welcher Meereshöhe liegt die Simonyhütte?

b.) (i) Die Orte Hallstatt und Ramsau liegen in derselben Horizontalebene auf einer Meereshöhe von 511 m. Steht man nun am Hohen Dachstein, sieht man Hallstatt in 10 km horizontaler Entfernung. Nach Schwenken des Fernrohres um den Horizontalwinkel δ erblickt man Ramsau in einer horizontalen Entfernung von 6,5 km. Die Orte Hallstatt und Ramsau sind 15,7 km voneinander entfernt.
Um welchen Horizontalwinkel δ musste das Fernrohr geschwenkt werden?

(ii) Unter welchem Höhenwinkel ε erblickt man von der Ramsau aus, das Gipfelkreuz des Hohen Dachsteins.

Die Simonyhütte in der Morgensonne

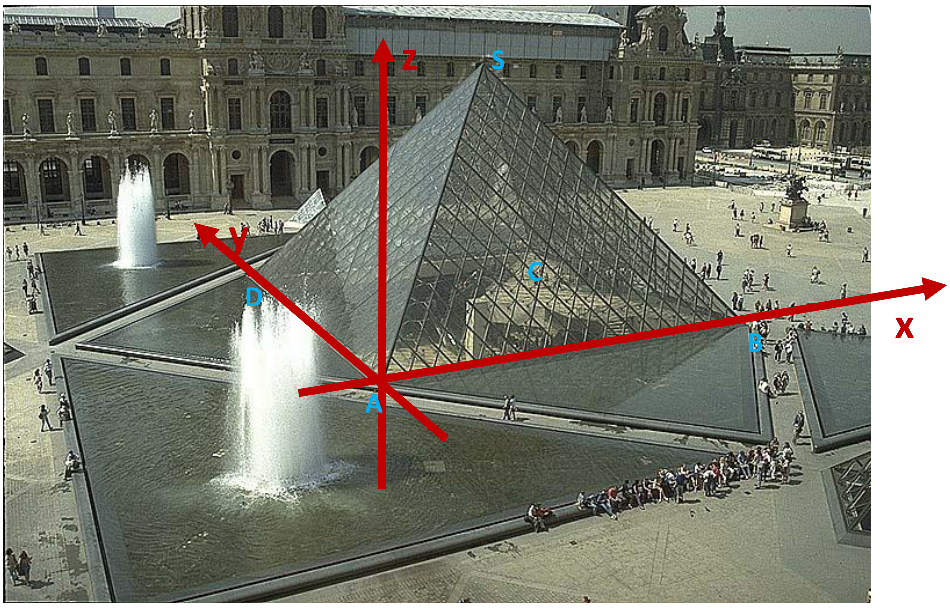
Dachsteinmassiv

Hallstatt

Aufgabe 5: Analytische Geometrie (19 Punkte: 3-4-3-3-1-3-2)

In den Jahren 1985 – 1989 wurde in Paris im Innenhof des Louvre eine Glaspyramide mit Grundkante a = 35 m erbaut. Das Vorhaben wurde vom Architekten Leoh Ming Pei verwirklicht, der die großen Pyramiden von Gizeh als Vorbild für die Proportionen heranzog.

Um die Pyramide mit mathematischen Methoden beschreiben zu können, wird wie in der Skizze gezeigt, ein Koordinatensystem gelegt. Dabei fällt der Eckpunkt A in den Ursprung und die quadratische Grundfläche der Pyramide liegt in der x – y – Ebene.



a. Bestimme die Koordinaten der Eckpunkte B, C und D der Grundfläche!
b. Die Trägergerade g der Seitenkante AS ist gegeben durch die Gleichung
   $g: X = \begin{pmatrix} 70 \\ 70 \\ 88 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 35 \\ 35 \\ 44 \end{pmatrix}$.
   Weiters kennt man die Gleichung der Trägerebene ε_{BCS} der Punkte B, C und S:
   $\varepsilon_{BCS}: 770 \cdot x + 612{,}5 \cdot z = 26950$. Berechne die Koordinaten der Spitze S!

c. Stelle die Gleichung der Ebene ε_{ABS} in Normalvektorform auf!
d. Ermittle den Winkel zwischen zwei aneinander angrenzenden Seitenebenen der Pyramide!
e. Bestimme die Höhe h der Pyramide!
f. Berechne die Mantelfläche der Pyramide!
g. Die Seitenflächen der Pyramide bestehen aus einem Spezialglas. Das Glas hat eine Dicke von 20 mm, und wiegt 2,2 Tonnen pro m^3. Berechne, wie viele Tonnen Glas verbaut wurden!

Allgemeine Bemerkungen:

Alle Rechenschritte müssen nachvollziehbar sein!

Die Rechenergebnisse sind auf 2 Nachkommastellen zu runden, Wahrscheinlichkeitsergebnisse sind auf 4 Stellen anzugeben.

Verwendete Hilfsmittel:

Taschenrechner (Voyage 200)
Mathematische Formelsammlung (Kraft, Bürger, Unfried, Götz)
Zirkel, Lineal, Geodreieck

Punkteschlüssel:

100 - 90 Sehr gut
89 - 78 Gut
77 - 64 Befriedigend
63 - 50 Genügend
49 - 0 Nicht genügend